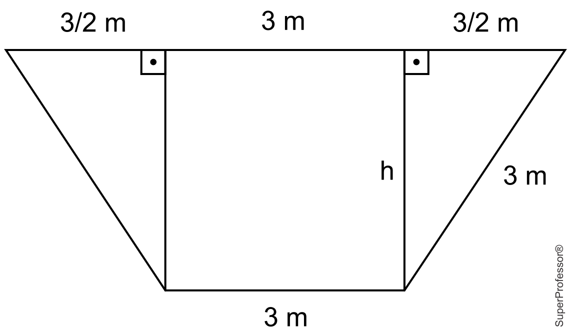
META

01. [A]

Altura do trapézio da base:



$$3^2 = h^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2$$
$$h = \sqrt{9 - \frac{9}{4}} = \sqrt{\frac{27}{4}}$$
$$h = \frac{3\sqrt{3}}{2}\ \text{m}$$

Logo, o volume do prisma é igual a:

$$V = \frac{(6+3)}{2} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot 10$$
$$\therefore V = \frac{135\sqrt{3}}{2}\ \text{m}^3$$

02. [C]

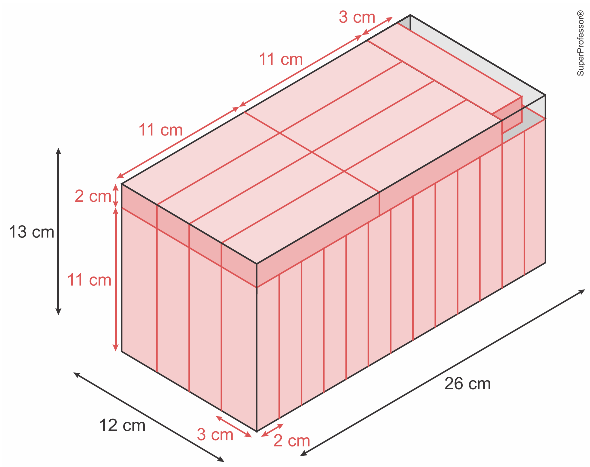
245 mL = 245 cm^3.

O volume de café será dado por:

$$(7-d)\cdot 7 \cdot 7 = 254 \Rightarrow 7 - d = 5 \Rightarrow \boxed{d = 2\ \text{cm}}$$

03. [E]

Como os lados de 2 cm e 3 cm das embalagens são divisores, respectivamente, dos lados 26 cm e 12 cm da caixa, uma configuração que otimiza o número de embalagens contidas na caixa está representada abaixo:



Desta forma, o número máximo de embalagens que podem ser acondicionadas em cada caixa é de:
$$4 \cdot 13 \cdot 1 + 9 = 61$$

04. [E]

Temos 8 arestas medindo x e 4 arestas medindo 3x, logo:
$$8 \cdot x + 4 \cdot 3x = 80$$
$$20x = 80$$
$$\boxed{x = 4\ \text{cm}}$$

O volume do prisma será dado por:
$$V = x^2 \cdot 3x$$
$$V = 4^2 \cdot 3 \cdot 4$$
$$\boxed{V = 192\ \text{cm}^3}$$

05. [C]

Vamos calcular, inicialmente, a área da base A_b, para isto utilizaremos a fórmula do volume.
$$V = 168$$
$$A_b \cdot 7 = 168$$
$$\boxed{A_b = 24\,\text{cm}^2}$$

A área total A_T do prisma será a soma das áreas das bases com as áreas de todas as faces laterais, o seja:
$$A_T = 2 \cdot 24 + (5+5+2+2+6) \cdot 7$$
$$A_T = 48 + 20 \cdot 7$$
$$\boxed{A_T = 188\,\text{cm}^2}$$

06. [E]

A diferença entre as áreas totais poderá ser representada pela soma das áreas de dois retângulos

(9 cm x 5 cm) com as áreas de dois retângulos (3 cm x 5 cm). Logo, a variação ΔA das áreas totais será dada por:

$$\Delta A = 2 \cdot 9 \cdot 5 + 2 \cdot 3 \cdot 5$$
$$\Delta A = 90 + 30$$
$$\Delta A = 120 \text{ cm}^2$$

07. [C]

Volume do prisma triangular:

$$V_3 = \frac{(2x)^2\sqrt{3}}{4} \cdot h_3 = x^2 h_3 \sqrt{3}$$

Volume do prisma hexagonal:

$$V_6 = 6 \cdot \frac{x^2\sqrt{3}}{4} \cdot h_6 = \frac{3\sqrt{3}x^2 h_6}{2}$$

Como os volumes são iguais, teremos:

$$\cancel{x^2}\,\cancel{\sqrt{3}}\,h_3 = \frac{3\cancel{\sqrt{3}}\,\cancel{x^2}\,h_6}{2}$$
$$\therefore \frac{h_3}{h_6} = \frac{3}{2} = 1{,}5$$

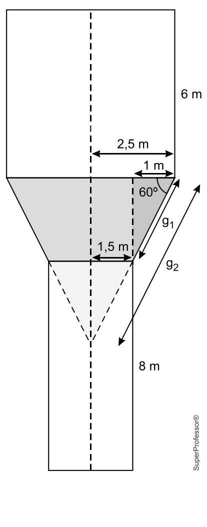
08. [A]

Do perímetro do retângulo de base $2\pi R$ e altura h, obtemos:

$$2 \cdot (2\pi R + h) = 40$$
$$2\pi R + h = 20$$
$$\therefore h = 20 - 2\pi R$$

09. [B]

Da figura abaixo, obtemos:



$$\cos 60° = \frac{1}{2} = \frac{1}{g_1} \Rightarrow g_1 = 2 \text{ m}$$
$$\frac{1}{2{,}5} = \frac{2}{g_2} \Rightarrow g_2 = 5 \text{ m}$$

Área lateral do reservatório:

$$A = 2\pi \cdot 2{,}5 \cdot 6 + \left[\pi \cdot 2{,}5 \cdot 5 - \pi \cdot 1{,}5 \cdot (5-2)\right] + 2\pi \cdot 1{,}5 \cdot 8$$
$$A = 90 + 24 + 72$$
$$A = 186 \text{ m}^2$$

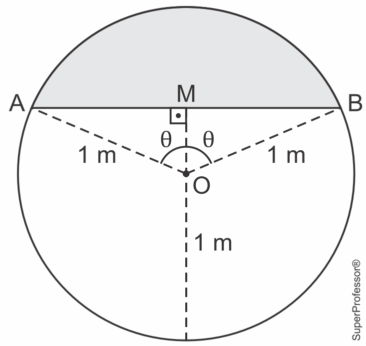
Quantidade de litros de tinta necessários para a pintura:

$$2 \cdot \frac{186 \text{ m}^2}{5 \text{ m}^2/\text{L}} = 74{,}4 \text{ L}$$

Como essa quantidade deve ser um número inteiro, são necessários 75 litros de tinta.

10. [B]

Da figura abaixo, obtemos:



$$\overline{OM} = \frac{3}{4} \cdot 2 \text{ m} - 1 \text{ m} = \frac{1}{2} \text{ m}$$
$$\cos\theta = \frac{\frac{1}{2}}{1} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 60°$$
$$\text{sen}\,60° = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\overline{AM}}{1} \Rightarrow \overline{AM} = \overline{MB} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ m}$$

A área hachurada é dada pela área do setor circular de ângulo 120º menos a área do triângulo OAB. Logo:

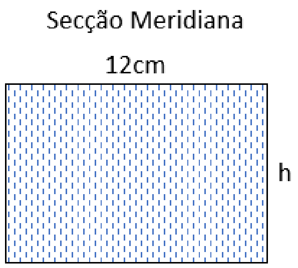
$$A = \frac{120°}{360°} \cdot \pi \cdot 1^2 - \frac{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2}}{2}$$
$$A = \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4} \text{ m}^2$$

Sendo assim, o volume de água introduzido foi de:

$$V = \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}\right) \cdot 6$$
$$\therefore V = 2\pi - \frac{3\sqrt{3}}{2} \text{ m}^3$$

11. [D]

Considerando apenas a secção meridiana, temos:



A área desse retângulo será dada pelo produto do diâmetro e a altura h.

$12 \cdot h = 96 \Rightarrow \boxed{h = 8\,cm}$

12. [A]

O volume alocado será de 6,5% do volume total, lembrando que 53,8 mm equivalem a 5,38 cm, isto é:

$6{,}5\% \cdot \pi \cdot 12{,}25^2 \cdot 5{,}38 \approx 0{,}065 \cdot 3{,}1 \cdot 150{,}0625 \cdot 5{,}38 = 162{,}68\ cm^3$

Ou seja, o volume alocado será de, aproximadamente, 163 cm³, isto é, 163 mL.

13. [C]

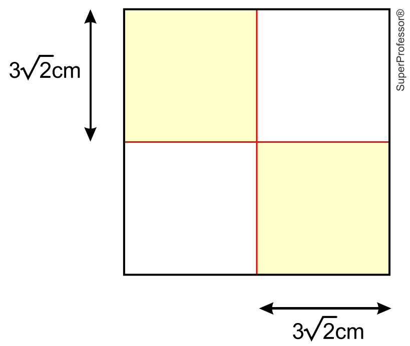
A área do quadrilátero FMAI, pela Fórmula de Pick, é dada por

$$i + \frac{f}{2} - 1 = 3 + \frac{6}{2} - 1 = 5\,cm^2.$$

A resposta é $5 \cdot 10 = 50\,cm^3$.

14. [A]

O valor máximo de x se dá na iminência de sobreposição entre os cubos. O que pode ser observado na figura abaixo que representa a visão frontal de uma face menor do paralelepípedo.



Sendo assim, o volume do prisma remanescente é de:

$$V = 20 \cdot \left(6\sqrt{2}\right)^2 - 2\left(3\sqrt{2}\right)^3$$
$$V = 20 \cdot 36 \cdot 2 - 2 \cdot 27 \cdot 2\sqrt{2}$$
$$\therefore V = 36\left(40 - 3\sqrt{2}\right) cm^3$$

15. [A]

Temos a informação de que os volumes são iguais. Então:

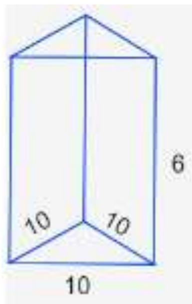
$3xh^2\sqrt{3}/2 = xt^2\sqrt{3}/4$
$3h^2/2 = t^2/4$
$h^2/t^2 = 2/12$
$h^2/t^2 = 1/6$
$(h/t)^2 = 1/6$
$h/t = 1/\sqrt{6}$.

Assim:

$1/\sqrt{6} = 6^{-0,5}$

16. [A]

Tá aí nosso pedaço de queijo



Como a questão apenas disse que o triângulo tem 10 cm de lado, estou supondo que ele é equilátero.

O volume de um prisma é: V = ABh
AB: área da base
h: altura do prisma

A área de um triângulo equilátero é:
l: lado do triângulo

$$A = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}$$

Portanto a área do triângulo, que é a base do nosso prisma, é

$$A = \frac{10^2\sqrt{3}}{4}$$

$A = 25\sqrt{3}$

Logo, o volume do queijo é $(25\sqrt{3}) \cdot 6 = 150\sqrt{3}\ cm^3$

17. [B]

O triângulo retângulo dado apresenta medidas conhecidas como catetos $3m$ e $4m$ e hipotenusa $5m$. De acordo com o enunciado, façamos o cálculo do volume do prisma para descobrir o valor da altura:

$$V = A_{base} \times h$$

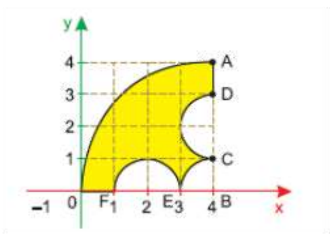
$$18 = \frac{3.4}{2}.h$$

h=3 m

A área total será:

$$2 \times A_{base} + A_{lateral} = 2.\frac{3.4}{2} + (3.3 + 3.4 + 3.5) = 48m^2$$

18.



Sejam:
S_b a área da base do sólido
S_{OAB} a área do quarto de círculo de raio 4
S_{CD} a área do semicírculo de diâmetro $\overline{CD}$
S_{ECB} a área do quarto de círculo de centro B
S_{EF} a área do semicírculo de diâmetro $\overline{EF}$

Assim:

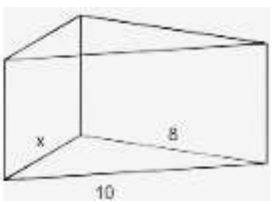
$$S_B = S_{OAB} - S_{CD} - S_{ECB} - S_{EF} =$$

$$= \frac{1}{4}\pi \cdot 4^2 - \frac{1}{2}\pi \cdot 1^2 - \frac{1}{2}\pi \cdot 1^2 = \frac{11}{4}\pi$$

O volume do sólido é

$$V = S_b \cdot 6 = \frac{11\pi}{4} \cdot 6 = \frac{33\pi}{2} = 16{,}5\pi$$

19.
A área da base é a área do triângulo retângulo na base. A área de um triângulo retângulo é o produto dos catetos dividido por 2.



Mas primeiro nós temos que descobrir x. Aplicando Pitágoras.

$10^2 = x^2 + 8^2$
x = 6 m

A área da base é (6*8)/2 que dá 24. A altura é 4. Portanto o volume é

24*4 = 96 m^3 ou 9,6.10^4 L

20. [A]

Observe que a área total do prisma é igual à duas vezes a área da base mais a área lateral.

A base do prisma é formado por um triângulo retângulo de catetos 6 e 8 cm. Então, a hipotenusa desse triângulo mede 10 cm.

Sabendo que a área de um triângulo é igual à metade do produto da base pela altura, podemos concluir que a área da base do prisma é igual a:

$$Ab = \frac{8.6}{2}$$

Ab = 24 cm^2.

A área lateral desse prisma é formada por três retângulos cujas medidas são: 8 e 12, 10 e 12, 6 e 12. A área de um retângulo é igual ao produto de suas dimensões.

Então, a área lateral do prisma é igual a:

Al = 8.12 + 10.12 + 6.12
Al = 96 + 120 + 72
Al = 288 cm^2.

Portanto, a área total do prisma é igual a:

At = 288 + 2.24
At = 288 + 48
At = 336 cm^2.

21. [D]

$$Volume_{cubo} = a^3 = 8.000dm^3 = 8m^3 \quad \Rightarrow \quad a = 20dm = 2m$$

Sendo assim, a altura do reservatório cúbico e do reservatório na forma de prisma hexagonal regular será 2m.

Sabe-se que os volumes dos dois reservatórios são idênticos e assim,

$$Volume_{prisma} = Área_{base} \cdot 2 = 8m^3$$
$$Área_{base} = 4m^2$$
$$Área_{base} = 6\frac{l^2\sqrt{3}}{4} = 4$$
$$3l^2\sqrt{3} = 8 \quad \Rightarrow \quad l^2 = \frac{8}{3\sqrt{3}} \quad \Rightarrow \quad l = \frac{2\sqrt[4]{12}}{3}$$

Perímetro da base é igual a 6*l*.

$$Perímetro = 6l = 4\sqrt[4]{12} \cong 4 \cdot 1{,}86 = 7{,}44$$

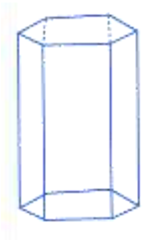
22. [C]
O sólido em azul é um prisma de base triangular. Cada triângulo da base tem 2 cm de base e 4 cm de altura. Logo, sua área é dada por

$$A_b = \frac{2.4}{2} = 4\ cm^2.$$
$$V = A_b.h = 4\ .\ 2 = 8\ cm^3$$

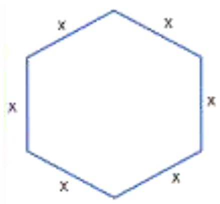
23. [E]
Como a figura 2 possui faces opostas paralelas e iguais e base triangular, sua representação é dada por um prisma triangular reto.

24. [C]

Então esse é o nosso prisma



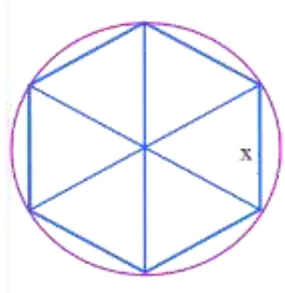
A questão diz que o hexágono da base é regular. Polígonos regulares são equiângulos e equiláteros. Se são equiláteros, todos os seus lados são iguais, todos medem x.



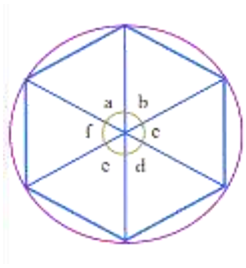
A base pode ser inscrita em uma circunferência de raio 2 m (vista de cima do prisma)

O volume de um prisma é: V = A_Bh
AB: área da base
h: altura do prisma

A área da base é a área do hexágono, então vamos lá. Note que nós podemos dividi-lo em 6 triângulos iguais (todos tem dois lados que medem 2 metros e 1 lado que mede x).



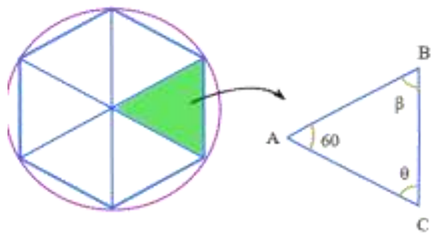
Agora olhe atentamente para os ângulos centrais a, b, c, d, e e f



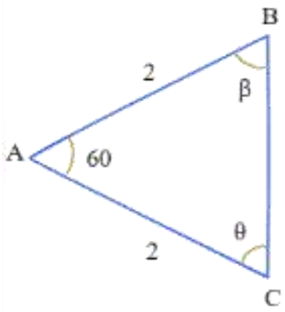
Perceba que além de serem iguais, porque os triângulos são iguais, a soma deles dá 360º, portanto, todos eles valem 60º. Agora, se a área de um triângulo é at, a área do hexágono é 6a_t.

Mas quanto vale a_t ?

Vamos destacar um dos triângulos



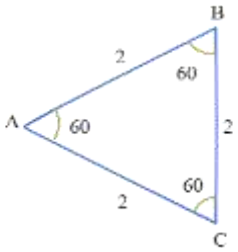
Note que AB e AC são raios da circunferência e portanto valem 2



A soma dos ângulos internos
de qualquer triângulo é 180, portanto 60 +β +θ
= 180

Se AB e AC são iguais então β = θ, logo, 60 +β
+β = 180, β = 60

Temos então que todos os ângulos são iguais, assim sendo, o triângulo é equilátero e consequentemente BC também mede 2



A área de um triângulo equilátero é: $A = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}$
l: medida do lado do triângulo.

Portanto, a área de um triângulo é √3
Assim sendo a área do hexágono é 6√3
Segundo a questão “a altura desse prisma é igual ao dobro do lado do hexágono regular que forma a sua base”, portanto, se o lado do hexágono é 2 m, a altura do prisma é 4 m

E finalmente o volume é (6√3)*4 = 24√3