RESOLUÇÃO - LOGARITMOS – Parte.04

01.

Basta substituir na fórmula as informações dadas no enunciado:
MW = 7,3.
Substituindo na equação das escalas, vamos obter, 7,3 = -10,7 + 2/3 log(M0). Operando:
7,3 + 10,7 = 2/3 log(M0)
18 = 2/3 log(M0)
9= 1/3 log(M0)
27 = log(M0)
Agora, podemos aplicar a definição de logarítmo:
$10^{27} = M_0$

02.

Podemos usar a expressão para **calcular a magnitude** do terremoto

$$M = \frac{2}{3} * log_{10} * \frac{E}{Eo}$$

onde
M: Magnitude do terremoto
E: Energia liberada em Joules
Eo: É a energia liberada por um terremoto de pequenas dimensões usado como referência $10^{4,5}$

Se o terremoto no japão atingiu **9 de magnitude** temos que

$$9 = \frac{2}{3} * log_{10} * \frac{E}{10^{4,5}}$$
$$\frac{27}{2} = log_{10} * \frac{E}{10^{4,5}}$$

elevando os dois lados por 10 temos

$$10^{\frac{27}{2}} = \frac{E}{10^{4,5}}$$
$$E = 10^{\frac{27}{2}} * 10^{4,5}$$
$$E = 10^{18} J$$

03.

Na função exponencial dada, temos que encontrar o tempo para que o valor movimentado pelo Ecoturismo seja igual a 13,5 bilhões de dólares. Para isso, vamos substituir V por este valor. Assim:

$$13,5 = 6,775(1,05)^{t-1} \rightarrow \frac{13,5}{6,775} = (1,05)^{t-1} \rightarrow 2 = (1,05)^{t-1}$$

Para obtermos o t, teremos que aplicar logaritmo nos dois membros da equação exponencial resultante. Assim:

log 2 = log $(1,05)^{t-1}$

Utilizando uma das propriedades dos logaritmos (log a^n = n.loga), vem:

log 2 = (t - 1) log 1,05.

Veja que o log 2 é igual a 0,3 e o de log 1,05 vale 0,02. Logo:

0,3 = (t - 1)0,02 Resolvendo, temos

(t - 1) = 0,3/0,02
t – 1 = 15
t = 16

Veja que o tempo t = 1, corresponde a 2011, t = 2, a 2012 e assim por diante. Este percentual de crescimento, expresso pela função exponencial dada, incide sobre a movimentação do ano anterior, ou seja, no t = 1, este valor será em relação a 2010. Logo, o valor de 13,5 bilhões de dólares será movimentado em 2010 + 16 = 2026.

04. Das informações (confusas) do enunciado, podemos escrever que

$$T(x) = \frac{T_0}{10} = T_0 \cdot (0,5)^{0,1x} \rightarrow 10^{-1} = (0,5)^{0,1x}$$
$$\log 10^{-1} = \log(0,5)^{0,1x} \rightarrow -1 = 0,1x \cdot \log 2^{-1}$$
$$\frac{1}{0,1} = 0,3x \rightarrow x = \frac{10}{0,3} \cong 34 \; dias$$

05. De acordo com as informações do gráfico temos:

$y = 2 \cdot lnx$
$1,38 = 2 \cdot ln2$
$ln2 = 1,38/2$
$3,22 = 2 \cdot ln5$
$ln5 = 3,22/2$

Aplicando as propriedades logarítmicas o valor de $ln100$ é:

$ln100 = \ln(5 \cdot 2)^2 = 2 \cdot \ln(5 \cdot 2) = 2(ln5 + ln2)$
$ln100 = 2(3,22/2 + 1,38/2)$
$ln100 = 3,22 + 1,38$
$ln100 = 4,6$

06.
$f(x) = 1000(15 - 24\ e^{-0,003x}) = 9000 \Rightarrow$
$15 - 24^{e - 0,003x} = 9 \Leftrightarrow$
$e^{-0,003x} = 1/4 \Leftrightarrow$
$-0,003x = \ln 1/4 \Leftrightarrow$
$-0,003x = -2\ln 2 \Leftrightarrow$
$-0,003x = -2 . (0,69) \Leftrightarrow$
$x = 460$

07.É necessário calcular os correspondentes em y do pontos indicados no gráfico:

$x = 3$
$y' = \log_3 3$
$y' = 1$

$x = 9 = 3^2$
$y'' = \log_3 3^2$
$y'' = 2. \log_3 3$
$y'' = 2$
$A = (B + b).h/2$

As bases são os valores de y.

$A = (y' + y''). 6/ 2$
$A = (1 + 2). 6/ 2$
$A = 18/ 2$
$A = 9$

08. Pelo gráfico, temos:

$\log_b x\ 32k/27 = 3 \quad \Rightarrow \quad b^3 = 32k/27$
$\log_b x\ 8k/9 = 2 \quad \Rightarrow \quad b^2 = 8k/9$

Dividindo, membro a membro, (I) por (II), obtemos b = 4/3 . Substituindo b por 4/3 em (I) ou (II), obtemos k = 2. Concluímos, então, que b = 4/3 e k = 2.

09. Pelo gráfico, temos:

$f(2) = 13 \Rightarrow \quad a . 2^2 + b = 13$
$f(3) = 25 \Rightarrow \quad a . 2^3 + b = 25$

a = 3 e b = 1

Logo, a função f é dada por: $y = 3 . 2^x + 1$

Para obter a inversa de f adotamos os procedimentos a seguir.

- Permutamos as variáveis x e y entre si:
  $x = 3 . 2^y + 1$

- Isolamos a variável y:
  $y = \log_2 (x - 1)/3$

Assim: $f^{-1} = y = \log_2 (x - 1)/3$

10.
Area = Base x altura
Base = 8 - (1/4)
Altura = diferença dos logaritmos =
log_2(8) - log_2(1/4) = 3 - (-2)=5

Assim:

Area = (31 / 4) . 5 = 38,75

11.
A área será

$\log_2 3 - \log_2 2 + \log_2 4 - \log_2 3 + \log_2 5 - \log_2 4 + \log_2 6 - \log_2 5 + \log_2 7 - \log_2 6 + \log_2 8 - \log_2 7 =$

$\log_2 8 - \log_2 2 = 3 - 1 = 2$

12.
Vamos descobrir o K, porque quando t = 0 a função f(0) = 1500.

$f(0) = K . a^0$,
$1500 = K$

Agora vamos encontrar o valor de a.
Quando passa 10 anos, a função vale f(10) = 750.

$f(10) = 1500 . a^{10}$,
$750 = 1500 . a^{10}$
$2^{-1/10} = a$

Assim:

$1500.2^{-t/10} = 100$
$1/15 = 2^{-t/10}$
$15^{-1} = 2^{-t/10}$
$\log 15^{-1} = \log 2^{-t/10}$
$-1 \log 15 = -t/10. \log 2$
$\log (3.10/2) = t/10 . \log 2$
$\log 3 + \log 10 - \log 2 = t/10 . \log 2$
$0,47 + 1 - 0,3 = t/10 . 0,3$
$3,9 = t/10$
$t = 39$

13.
$f(t)=7\cdot(1,04)^{t-90}$
$15,33 = 7.\ (1,04)^{t-90}$
$15,33/7 = (1,04)^{t-90}$
$2,19 = (1,04)^{t-90}$

$\log 2,19 = \log (1,04)^{t-90}$
$\log (219/100) = (t-90)\ .\ \log (104/100)$
$\log 219 - \log 100 = (t-90)\ .\ \log 104 - \log 100$
$2,34 - 2 = (t-90)\ .\ (2,02 - 2)$
$0,34 = (t - 90)\ .\ (0,02)$
$17 = t - 90$
$t = 107°C$

14.

$P = \log_{10}(R).$
$P = \log_{10}(\sigma/f\ .\ \Delta T)$

$\log_{10}(\sigma) - \log_{10}(f) - \log_{10}(\Delta T)$ (I)

- Calculando $\log_{10}(f)$, temos:

$\log_{10}(f) =$
$\log_{10}(0,03\ .\ E^{-4/5}) =$
$\log_{10} 0,03 + \log_{10}(E^{-4/5}) =$
$\log_{10}(3.10^{-2}) - 4/5 \log_{10}E =$
$\log_{10} 3 + \log_{10}(10^{-2}) - 4/5 \log_{10}E =$
$-2 + \log_{10} 3 - 4/5 \log_{10}E$

- Substituindo em I, segue que:

$\log_{10}(\sigma) - (-2 + \log_{10} 3 - 4/5 \log_{10}E) - \log_{10}(\Delta T) =$
$\log_{10}(\sigma) + 2 - \log_{10} 3 + 4/5 \log_{10}E - \log_{10}(\Delta T)$

15.

Valor inicial da corrente:
$t = 0 \rightarrow i = 5.e^{0/2} \rightarrow i = 5$

Assim para $i = 5/2$, temos:

$5/2 = 5.e^{-t/2}$
$e^{-t/2} = 1/2$
$\ln e^{-t/2} = \ln 1/2$
$-t/2 = \ln 1/2$
$t = -2.\ \ln 1/2$
$t = \ln (1/2)^{-2}$
$t = \ln 4$

APLICAÇÃO NA MEDICINA
(DESAFIO)

$70 = 95.e^{-0,49t}$
$70/95 = e^{-0,49t}$
$\ln (70/95) = -0,49t$
$t = \ln (70/95)/-0,49$
$t \approx \ln (0,7368)/-0,49$
$t \approx -0,3053/-0,49$
$t \approx 0,623$