AGORA É COM VOCÊ! –

01. [E]

Tem-se que

$$\begin{aligned}\log(2,5\cdot 10^{-18}) &= \log(5^2\cdot 10^{-19})\\ &= \log 5^2 + \log 10^{-19}\\ &= 2\cdot\log 5 - 19\cdot\log 10\\ &= 2\cdot\log\left(\frac{10}{2}\right) - 19\\ &= 2\cdot(\log 10 - \log 2) - 19\\ &\cong 2\cdot(1 - 0,301) - 19\\ &\cong -17,602.\end{aligned}$$

02. [A]

O cálculo executado por Tales foi:

$log_{10}\,1\,000^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\cdot log_{10}\,1\,000 = \frac{1}{2}\cdot 3 = 1,5$

03. [B]

A função que expressa t em função de p é dada por:

$$p = \frac{1}{1 + A\cdot e^{-ct}} \Rightarrow 1 + A\cdot e^{-ct} = \frac{1}{p} \Rightarrow A\cdot e^{-ct} = \frac{1-p}{p}$$

$$\Rightarrow e^{-ct} = \frac{1-p}{pA} \Rightarrow ln\, e^{-ct} = ln\left(\frac{1-p}{pA}\right) \Rightarrow -ct = ln\left(\frac{1-p}{pA}\right)$$

$$\Rightarrow t = -\tfrac{1}{c}ln\left(\tfrac{1-p}{pA}\right) \Rightarrow t = ln\left(\tfrac{1-p}{pA}\right)^{-\frac{1}{c}} \quad \therefore t = ln\left(\tfrac{pA}{1-p}\right)^{\frac{1}{c}}$$

04. [B]

Nível de intensidade do som da nova máquina:

$$\begin{aligned}N &= log_{10}\,I^{10} - log_{10}\,I_0^{10}\\ N &= log_{10}(8\cdot 10^{-8})^{10} - log_{10}(10^{-12})^{10}\\ N &= log_{10}\left(\frac{8\cdot 10^{-8}}{10^{-12}}\right)^{10}\\ N &= log_{10}(2^3\cdot 10^4)^{10}\\ N &= log_{10}\,2^{30} + log_{10}\,10^{40}\\ N &= 30\cdot log_{10}\,2 + 40\cdot log_{10}\,10\\ N &= 30\cdot 0,3 + 40\cdot 1\\ N &= 49\ dB\end{aligned}$$

Portanto, a medida protetiva a ser adotada é a II.

05. [E]

O tempo necessário é dado por:

$$\begin{aligned}28 &= 26 + log_3(1,5t)\\ 2 &= log_3(1,5t)\\ 3^2 &= 1,5t\\ \therefore t &= 6\ anos\end{aligned}$$

06. [E]

Do terremoto de São Francisco, obtemos:

$$\begin{aligned}8,3 &= log\,\frac{I}{S}\\ \frac{I}{S} &= 10^{8,3}\\ I &= 10^{8,3}S\end{aligned}$$

Sendo assim, comparando com a magnitude do terremoto entre a Colômbia e o Equador, chegamos ao valor de magnitude igual a:

$$\begin{aligned}M &= log\,\frac{4\cdot 10^{8,3}\boxed{S}}{\boxed{S}}\\ M &= log\,2^2 + log\,10^{8,3}\\ M &= 2\cdot 0,3 + 8,3\cdot 1\end{aligned}$$

$\therefore M = 8,9\ graus$

07. [E]

Substituindo os dados do enunciado na fórmula acima, obtemos:

$$\begin{cases} log_{10}E = K + \frac{3}{2}\cdot 7\\ log_{10}E' = K + \frac{3}{2}\cdot 3\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} E = 10^{K+\frac{21}{2}}\\ E' = 10^{K+\frac{9}{2}}\end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{E}{E'} = 10^{K+\frac{21}{2}-\left(K+\frac{9}{2}\right)} \Rightarrow \frac{E}{E'} = 10^{\frac{12}{2}}$$

$\therefore \frac{E}{E'} = 10^6$

08. [D]

De acordo com as informações do problema, podemos escrever que:

$$\begin{aligned}M &= log_{10}\,A + 3\,log_{10}\,(8\Delta t) - 2,92\\ 8,08 &= log_{10}\,A + 3\,log_{10}\,(8\cdot 125) - 2,92\\ 8,08 &= log_{10}\,A + 3\,log_{10}\,(1000) - 2,92\\ 8,08 &= log_{10}\,A + 3\cdot 3 - 2,92\\ log_{10}\,A &= 8,08 + 2,92 - 9\\ log_{10}\,A &= 2\\ A &= 10^2\end{aligned}$$

$\boxed{A = 100\ mm}$

09. [C]

Como f(1) = 1, temos que:

$$a + 2\,log_{10}\,1 = 1$$
$$a + 2 \cdot 0 = 1$$
$$a = 1$$

Logo, o número de bactérias será de 3000 no dia:

$$1 + 2\,log_{10}\,x = 3$$
$$log_{10}\,x = 1$$

$\therefore x = 10$

10. [D]

Queremos calcular o valor de t para o qual se tem $N(t) = 2500$. Logo, temos

$$2500 = 500 \cdot e^{0,08t} \Leftrightarrow e^{0,08t} = 5$$
$$\Leftrightarrow \ell n\ 5 = 0,08t$$
$$\Rightarrow 0,08t \cong 1,6$$
$$\Rightarrow t \cong 20.$$

A resposta é 20 dias.

11. [C]

Queremos calcular o valor mínimo de n para o qual se tem $F = 2C$. Logo, sabendo que $x = 0,008$, temos

$$2C = C(1 + 0,008)^n \Rightarrow 2 = 1,008^n$$
$$\Rightarrow log\,2 = log\,1,008^n$$
$$\Rightarrow n = \frac{log\,2}{log\,1,008}$$
$$\Rightarrow n \cong \frac{0,3}{0,003}$$
$$\Rightarrow n \cong 100.$$

12. [E]

Do enunciado, segue que:

$$4 = 40 \cdot e^{-C \cdot 600}$$
$$\frac{1}{10} = e^{-C \cdot 600}$$
$$log_e \frac{1}{10} = log_e\, e^{-C \cdot 600}$$
$$log_e\, 10^{-1} = -C \cdot 600 \cdot log_e\, e$$
$$-1 \cdot log_e\, 10 = -C \cdot 600 \cdot 1$$
$$log_e\, 10 = 600C$$

$C = \frac{1}{600} log_e\, 10$

13. A]

Sabendo que $f(1) = \frac{x}{2}$, temos

$$\frac{x}{2} = \frac{x}{1 + 5 \cdot 2^{-\frac{x}{2}}} \Leftrightarrow 2^{-\frac{x}{2}} = 5^{-1}$$
$$\Leftrightarrow log_2\, 2^{-\frac{x}{2}} = log_2\, 5^{-1}$$
$$\Rightarrow -\frac{x}{2} \cong -2,32$$
$$\Rightarrow x \cong 4,64.$$

14. [A]

Tem-se que

$$f = \frac{A}{r^B} \Leftrightarrow log\,f = log\,\frac{A}{r^B}$$
$$\Leftrightarrow log\,f = log(A) - log\,r^B$$
$$\Leftrightarrow Y = log(A) - B \cdot log\,r$$
$$\Leftrightarrow Y = log(A) - B \cdot X.$$

15. [B]

$$2 \cdot 10^{-8} = 7,8 \cdot 10^{-4} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

Multiplicando ambos os membros por 10^8, obtemos:

$$2 \cdot 2^n = 7,8 \cdot 10^4$$
$$2^n = 3,9 \cdot 10^4$$
$$2^n = 39 \cdot 10^3$$
$$log\,2^n = log(39 \cdot 10^3)$$
$$n \cdot log\,2 = log(3 \cdot 13 \cdot 10^3)$$
$$n \cdot log\,2 = log\,3 + log\,13 + log\,10^3$$
$$n \cdot 0,3 = 0,48 + 1,11 + 3$$
$$n \cdot 0,3 = 4,59$$

$n \simeq 15$

16. [D]

Queremos calcular o valor de t para o qual se tem $Q(t) = 50\ \frac{g}{L}$. Logo, vem

$$50 = 100 \times 5^{-0,3t} \Leftrightarrow 5^{-0,3t-1} = 10^{-1}$$
$$\Leftrightarrow log\,5^{-0,3t-1} = log\,10^{-1}$$
$$\Leftrightarrow (-0,3t - 1) \cdot log\,5 = -\,log\,10$$
$$\Rightarrow (0,3t + 1) \cdot 0,7 \cong 1$$
$$\Leftrightarrow 0,3t \cong \frac{1}{0,7} - 1$$
$$\Leftrightarrow t \cong \frac{10}{7}$$
$$\Leftrightarrow t \cong \left(1 + \frac{3}{7}\right)h$$
$$\Leftrightarrow t \cong 1\,\mathrm{h} + \frac{3}{7} \cdot 60min$$
$$\Rightarrow t \cong 1\,\mathrm{h}\ e\ 25min.$$

17. [C]

Tem-se que

$$8 = 10 - log\,n \Leftrightarrow n = 100.$$

Portanto, a resposta é $\frac{1}{100} \cdot 100\% = 1\%.$

18. [D]

De acordo com a definição de logaritmo devemos considerar $x > 0$.

$$log_3 \; x = 1 + 12 \; log_{x^2} \; 3 \Rightarrow log_3 x = 1 + 12 \cdot \frac{log_3 3}{log_3 x^2}$$
$$\Rightarrow log_3 x = 1 + \frac{12}{2 \cdot log_3 x} \Rightarrow$$
$$2 \cdot (log_3 x)^2 = 2.log_3 x + 12$$
$$\Rightarrow 2 \cdot (log_3 x)^2 - 2.log_3 x - 12 = 0 \Rightarrow$$
$$log_3 x = \frac{2 \pm 10}{2 \cdot 2} \Rightarrow log_3 x = 3 \Rightarrow x_1 = 27 \text{ ou } log_3 x = -2$$
$$\Rightarrow x_2 = \frac{1}{9}$$

Portanto,
$x_1 \cdot x_2 = 27 \cdot \frac{1}{9} = 3$

19. [C]

Sendo $x > 0$, temos

$$\begin{aligned} x^{log_5 x} = \frac{x^4}{125} &\Leftrightarrow log_5 x^{log_5 x} = log_5 \frac{x^4}{5^3} \\ &\Leftrightarrow log_5 x \cdot log_5 x = log_5 x^4 - log_5 5^3 \\ &\Leftrightarrow log_5^2 x - 4 \cdot log_5 x + 3 = 0 \\ &\Leftrightarrow (log_5 x - 1) \cdot (log_5 x - 3) = 0 \\ &\Leftrightarrow x = 5 \text{ ou } x = 125. \end{aligned}$$

Portanto, vem $a = 5$ e $b = 125$. Em consequência, a resposta é $\frac{1}{2} \cdot (125 - 5) = 60.$

20. [C]

Sendo

$$\begin{aligned} M_S &= 3{,}3 + \log(2000 \cdot 0{,}2) \\ &= 3{,}3 + \log(2^2 \cdot 10^2) \\ &= 3{,}3 + \log 2^2 + \log 10^2 \\ &= 3{,}3 + 2 \cdot \log 2 + 2 \cdot \log 10 \\ &\cong 3{,}3 + 0{,}6 + 2 \\ &\cong 5{,}9, \end{aligned}$$

podemos concluir que o terremoto ocorrido pode ser descrito como Moderado.