

MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

Prof. Darlan Moutinho

01. [B]

$$\begin{aligned}\log_b(m \cdot n) + \log_b(m/n) &= \\ \log_b m + \log_b n + \log_b m - \log_b n &= \\ 2 \log_b m &= \\ 2x &= \end{aligned}$$

02. [C]

Escolha das letras: $A_{26,4}$
Escolha dos números: $A_{10,4}$

Como são escolhas diferentes, temos: $A_{26,4} \cdot A_{10,4}$

03. [D]

Trata-se de uma combinação, em que temos 5 alunos do primeiro, 5 alunos do segundo e 7 alunos do terceiro. Ele quer escolher:

3 alunos do primeiro
3 alunos do segundo
demais alunos do terceiro (se são 11 jogadores, e 6 vagas (entre o primeiro e segundo) já estão ocupadas, então sobram 5 alunos do terceiro ($11 - 6 = 5$)).

Agora, deve-se fazer a combinação de cada turma;

$$C_{5,3} = 5! / 3!(5-3)! = 5! / 3!2! = 5 \times 4 \times 3! / 3! 2! = 20 / 2 = 10$$

(combinações para alunos do primeiro ano)

$$C_{5,3} = 5! / 3!(5-3)! = 5! / 3!2! = 5 \times 4 \times 3! / 3! 2! = 20 / 2 = 10$$

(combinações para alunos do segundo ano)

$$C_{7,5} = 7! / 5!(7-5)! = 7! / 5!2! = 7 \times 6 \times 5! / 5! 2! = 42 / 2 = 21$$

(combinações para alunos do terceiro ano)

O número total de formações é igual ao produto de todas as combinações: $C_{5,3} \times C_{5,3} \times C_{7,5} = 10 \times 10 \times 21 = 2100$

04. [B]

$$2 \cdot 4! = 2 \cdot 24 = 48 \text{ formas.}$$

05. [D]

$$\begin{aligned}x &= \log_2 128 \\ 2^x &= 128 \\ 2^x &= 2^7 \\ x &= 7\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}y &= \log_3 6561 \\ 3^y &= 6561 \\ 3^y &= 3^8 \\ y &= 8\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}z &= \log_4 1024 \\ 4^z &= 1024 \\ 2^{2z} &= 2^{10} \\ 2z &= 10 \\ z &= 5\end{aligned}$$

logo a idade de Bruna é maior que a idade de Carol.

06. [B]

De acordo com o enunciado, o produtor segue o padrão de 10 camarões para cada metro quadrado da área delimitada para o viveiro. A produção atual é de 6 000 camarões. Vamos aplicar uma regra de três simples para encontrar a área inicial em m^2 desse viveiro.

$$\begin{aligned}1 \text{ m}^2 &\rightarrow 10 \text{ camarões} \\ x \text{ m}^2 &\rightarrow 6000 \text{ camarões}\end{aligned}$$

Multiplicamos 1 por 6000 e igualamos ao produto de x por 10.

$$\begin{aligned}1 \cdot 6000 &= x \cdot 10 \\ 10x &= 6000 \\ x &= 6000/10 \\ x &= 600\end{aligned}$$

Sabemos então que a área inicial do viveiro é de 600 m^2 .

Mantendo o mesmo padrão de qualidade, ou seja, produzindo 10 camarões por m^2 , ele pretende aumentar a capacidade produtiva desse viveiro em 2 400 unidades de camarão, com a ampliação da área delimitada para o viveiro. Vamos novamente aplicar uma regra de três simples para encontrar quantos m^2 a mais ele precisa para produzir mais 2 400 unidades de camarão.

$$\begin{aligned}1 \text{ m}^2 &\rightarrow 10 \text{ camarões} \\ y \text{ m}^2 &\rightarrow 2400 \text{ camarões}\end{aligned}$$

Multiplicamos 1 por 2400 e igualamos ao produto de y por 10.

$$\begin{aligned} 1 \cdot 2400 &= y \cdot 10 \\ 10 y &= 2400 \\ y &= 2400/10 \\ y &= 240 \end{aligned}$$

Observação: quando você se acostuma com o mecanismo, pode perceber o seguinte: se a cada 1m^2 são cultivados 10 camarões, então se tivermos a quantidade de camarões que está sendo cultivada, por exemplo, 6000 camarões, basta dividir esse número por 10 e teremos a quantidade de m^2 necessária. Por exemplo, Se a produção é de 6000 camarões, então a área necessária é de $6000/10 = 600\text{m}^2$. Já para produzir mais 2400 camarões, precisamos de um acréscimo na área de $2400/10 = 240\text{m}^2$. Voltando à resolução, destacamos então que será necessário acrescentar 240m^2 à área inicial para aumentar a produção. Ou seja, a área do novo viveiro deverá ser de $600 + 240 = 840\text{m}^2$. O que vamos fazer agora é encontrar a medida da base menor do trapézio, a qual chamaremos de b. Vamos utilizar a fórmula da área do trapézio:

$$\text{Área} = [(\text{Base Maior} + \text{base menor}) \times \text{altura}] / 2$$

Do enunciado, a base maior e a altura desse trapézio têm medidas, respectivamente, de 45 e 20 metros. Sabemos que a área inicial é de 600m^2 , com isso, poderemos encontrar quanto vale b, que é a base menor.

$$\begin{aligned} 600 &= [(45 + b) \cdot 20] / 2 \\ 600 &= (45 + b) \cdot 10 \\ 60 &= 45 + b \\ b &= 60 - 45 \\ b &= 15\text{ m} \end{aligned}$$

Anotamos então que a base menor do primeiro viveiro é de 15 m. Agora, a área será aumentada de 600 para 840m^2 , sendo que

Base maior continuará sendo de 45 m;
Altura continuará sendo de 20 m;
Base menor é o que queremos descobrir, vamos chamá-la de b' .

Novamente, vamos aplicar a fórmula da área do trapézio para encontrar b'

$$\begin{aligned} 840 &= [(45 + b') \cdot 20] / 2 \\ 840 &= (45 + b') \cdot 10 \\ 84 &= 45 + b' \\ b' &= 84 - 45 \\ b' &= 39\text{ m} \end{aligned}$$

E já podemos responder a pergunta do enunciado: em quantos metros ele deverá aumentar a medida da base menor do trapézio para alcançar a capacidade produtiva desejada?

$$\text{Basta diminuir } (b' - b) = (39 - 15) = 24\text{ m}$$

07. [E]

$$\begin{aligned} 25\% &= 25/100 = 1/4 \\ \text{o total de esportista é } &60 \\ 60/4 &= 15 \end{aligned}$$

08. [D]

Como temos duas pessoas infectadas no primeiro dia (ou seja $I_1 = 2$) e o $r = 0,25 = 1/4$, temos:

$$\begin{aligned} I(t) &= 2 \cdot e^{(t-1)/4} \\ 16 &= 2 \cdot e^{(t-1)/4} \\ 8 &= e^{(t-1)/4} \\ \log_e 8 &= t-1/4 \\ 2,25 &= t - 1/4 \\ 9 &= t - 1 \\ t &= 10. \end{aligned}$$

09. [A]

$$\begin{aligned} H &= \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}\text{ m} \Rightarrow \\ A_{\text{Base}} &= \ell \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2} = 3 \cdot \frac{1\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}\text{ m}^2 \\ V &= A_{\text{Base}} \cdot H = \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{9}{2} = 4,5\text{m}^3 \\ V &= 4,5\text{ m}^3 \end{aligned}$$

10. [D]

Primeiro calcula a concentração inicial
 $Q(0) = 100 \cdot 5^{-0,3 \cdot 0} = 100$
Então no início tem 100 e ele quer quando estiver 50
 $50 = 100 \cdot 5^{-0,3t}$
 $5 \cdot 10^{-1} = 5^{-0,3t}$

Coloca log em ambos os lados
 $\log 5 + \log 10^{-1} = -0,3t \cdot \log 5$
 $0,7 - 1 = -0,21t$
 $T = 1,42\text{h} = 1\text{ hora e } 25\text{ minutos}$

11. [E]

$$V = Ab \cdot h$$

$$V = 20 \cdot 30 \cdot 5$$

$$V = 3000 \text{ cm}^3$$

Agora quanto de volume de comida está caixa ocupa:
 $3.000\text{cm}^3 \rightarrow 100\%$
 $x\text{cm}^3 \rightarrow 80\%$
 $x = 2400\text{cm}^3$

Por fim, calcular quantas tortas cabem dentro da caixa:
 $70 \text{ cm}^3 \rightarrow 1\text{torta}$
 $2400\text{cm}^3 \rightarrow y\text{tortas}$
 $y = 2400/70$
 $y = \text{aprox. } 34 \text{ tortas}$

12. [B]

$$A_{6,2} = 6!/4! = 6 \cdot 5 = 30$$

13. [B]

A=Adulto
C=Criança

$$2.4.3 \cdot 2.1.1 = 48$$

A C C C C A

14. [A]

$$P_8^{3,2,2} = \frac{8!}{3! \cdot 2! \cdot 2!} = 1680$$

15. [A]

Para determinar o comprimento da escada, podemos utilizar o Teorema de Pitágoras. Vamos considerar a hipotenusa do triângulo retângulo formado pela escada, a altura da sala e a largura da sala. A altura da sala é 4m, a largura da sala é 3m e a hipotenusa (comprimento da escada) é desconhecida. Aplicando o Teorema de Pitágoras, temos:

$$\text{hipotenusa}^2 = \text{altura}^2 + \text{largura}^2$$

$$\text{comprimento_da_escada}^2 = 4^2 + 3^2$$

$$\text{comprimento_da_escada}^2 = 16 + 9$$

$$\text{comprimento_da_escada}^2 = 25$$

$$\text{comprimento_da_escada} = \sqrt{25}$$

$$\text{comprimento_da_escada} = 5$$

Portanto, o comprimento da escada a ser colocada na sala é de 5 metros.

16. [D]

$$x \left[\frac{(1,2)^n - 1}{0,2} \right] > 1800000$$

$$40000 \cdot \left[\frac{(1,2)^n - 1}{0,2} \right] > 1800000$$

$$4/0,2 \cdot [(1,2)^n - 1] > 1800000$$

$$20 \cdot [(1,2)^n - 1] > 1800000$$

$$(1,2)^n - 1 > 9$$

$$(1,2)^n > 9 + 1$$

$$\log (1,2)^n > \log 10$$

$$n \log 1,2 > 1$$

$$n \cdot 0,08 > 1$$

$$n > 1/0,08$$

$$n > 12,5$$

Logo $n = 13$.

17. [A]

1º) volume: $12 \times 6 \times h = 288$. Logo, $h = 288/72 = 4$.

2º) o volume dos cubinho cortados será = $2\text{cm} \times 2 \text{ cm} \times 2\text{cm} = 8$

3º) dividir o volume do prisma pelo volume dos cubinhos
 $288/8=36$

18. [C]

Total - 150 camisas

59 eram lisas logo 91 eram estampadas;

100 eram p, logo 50 eram M;

Das p 67 eram estampadas , logo 33 eram lisas. Já nas M só 24 eram estampadas, pois $(67+24=91-\text{total de estampadas})$.

Depois disso resolve a probabilidade 24 é quantos % de 50 ?

Resposta - 48

19. [A]

$$P(t) = P_0 \cdot (1,02)^t$$

$$2 P_0 = P_0 \cdot (1,02)^t$$

$$2 = 1,02^t$$

$$\log 2 = \log 1,02^t$$

$$\log 2 = t \cdot \log 1,02$$

$$0,7 = t \cdot 0,02$$

$$0,7/0,02 = t$$

$$t = 35$$

20. [C]

$$9 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 9 \cdot 5^4$$

21. [C]

$$C_{12,4} \cdot C_{8,3} =$$

$$\frac{12!}{4! \cdot 8!} \cdot \frac{8!}{3! \cdot 5!} =$$

$$\frac{12!}{4! \cdot 8!} \cdot \frac{8!}{3! \cdot 5!} = 27720$$

22. [B]

$$V_1 = 90 \times 30 \times 60 = 162000$$

$$V_2 = 2 \times 90 \times 2 \times 30 \times 60 = 648000$$

Ou seja, 4x maior

23. [D]

Pelo princípio multiplicativo temos $9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 3024$

CIÊNCIAS DA NATUREZA E SUAS TECNOLOGIAS

Prof. Flávio, Prof. Wendel e Prof. Ricardo

24. [B]

A resposta correta é que o aumento das colisões dos reagentes pode afetar a velocidade da reação. Isso ocorre porque a velocidade de uma reação química depende da frequência e da efetividade das colisões entre as partículas dos reagentes.

Quando as partículas dos reagentes colidem, elas podem reagir e formar produtos, mas somente se tiverem energia suficiente para ultrapassar a barreira de energia de ativação. A energia de ativação é a quantidade mínima de energia necessária para que os reagentes se transformem em produtos. Aumentar a frequência das colisões entre os reagentes, ou seja, fazer com que as partículas se choquem mais vezes por unidade de tempo, pode aumentar a probabilidade de que ocorram colisões com energia suficiente para ultrapassar a barreira de energia de ativação. Isso, por sua vez, aumenta a velocidade da reação química. Existem várias maneiras de aumentar a frequência das colisões entre os reagentes, como aumentar a concentração dos reagentes, aumentar a temperatura, aumentar a superfície de contato entre os reagentes e adicionar um catalisador. Todas essas estratégias podem afetar a velocidade da reação química, tornando-a mais rápida ou mais lenta, dependendo das condições específicas da reação.

25. [B]

A resposta correta é que o comprimido triturado se dissolveu mais rapidamente porque a superfície de contato é maior. Quando um comprimido efervescente é dissolvido em água, ocorre uma reação química entre os componentes do comprimido e a água. Essa reação química acontece nas superfícies de contato entre o comprimido e a água. Quanto maior a superfície de contato, mais rapidamente a reação química pode ocorrer, pois há mais pontos onde a reação pode acontecer simultaneamente. Ao triturar o comprimido, o paciente aumentou a superfície de contato entre o comprimido e a água. Isso acontece porque o comprimido triturado possui mais superfícies expostas e menor tamanho de partículas, permitindo que a água entre em contato com uma área maior do comprimido. Como resultado, a reação química ocorre mais rapidamente no comprimido triturado, fazendo com que ele se dissolva mais rapidamente do que o comprimido inteiro. Portanto, o motivo pelo qual o comprimido triturado se dissolveu mais rapidamente é devido ao aumento da superfície de contato entre o comprimido e a água.

26. [E]

Ao usar sal refinado, será aumentada a área de contato e na água quente há mais energia cinética entre as moléculas fazendo com que a dissolução seja mais rápida.

27. [B]

A principal função dos catalisadores é a de promover a diminuição da energia de ativação, o que garante que a reação de conversão de gases tóxicos seja mais fácil de ocorrer.

28. [A]

A explicação para a liberação de bolhas quando se coloca água oxigenada em um fermento está relacionada à aceleração da reação de decomposição do peróxido de hidrogênio (H_2O_2) com a liberação de oxigênio (O_2). Isso ocorre porque no sangue existem substâncias que atuam como catalisadores para essa reação. Os catalisadores são substâncias que aumentam a velocidade de uma reação química sem serem consumidas no processo. Eles atuam reduzindo a energia de ativação necessária para que a reação ocorra, facilitando a formação dos produtos. No caso da água oxigenada, a presença de enzimas e outras substâncias no sangue atuam como catalisadores, acelerando a decomposição do peróxido de hidrogênio em água (H_2O) e oxigênio gasoso (O_2). As bolhas observadas são, portanto, resultado da liberação de oxigênio gasoso, que é um dos produtos da reação de decomposição da água oxigenada. Esse fenômeno é uma evidência de que a reação está ocorrendo de maneira acelerada devido à presença de catalisadores no sangue.

29. [C]

Analisando-se as afirmações podemos concluir que:

I. Com o aumento da temperatura, um maior número de moléculas irá possuir energia suficiente para atingir o estado de ativação. **Correta. O aumento da temperatura provoca o aumento da energia cinética média das moléculas, fazendo com que o número de moléculas com energia suficiente para reagir aumente.**

II. O aumento da temperatura aumenta o número de colisões entre as moléculas dos reagentes e, conseqüentemente, aumentam os choques não eficazes e os eficazes. **Correta. O aumento da temperatura provoca o aumento do número de todas as colisões (efetivas e não efetivas) entre as moléculas.**

III. Para que ocorra a formação do complexo ativado, as moléculas dos reagentes devem possuir uma quantidade de energia no mínimo igual à energia de ativação e, portanto, o aumento de temperatura favorece a formação do complexo ativado. **Correta. Para que ocorra a formação do complexo ativado, a energia cinética média das moléculas deve ser igual ou superior à energia de ativação da reação.**

IV. A formação do complexo ativado ocorre apenas em reações endotérmicas. **Incorreta. A formação do complexo ativado ocorre tanto em reações endotérmicas como nas exotérmicas.**

30. [E]

Considerando os fatores de velocidade de uma reação, temos que elementos que influenciam diretamente são: temperatura e concentração e superfície de contato, de tal maneira que a solução ácida com maior concentração e maior temperatura será a que ocorrerá em menor tempo. Portanto, palha de aço de 0,5mol/L à 40°C.

31. [B]

O uso do catalisador provoca a diminuição da energia de ativação.

32. [C]

Para que a altura do líquido seja mantida, devemos ter:

$$V_{\text{tubo}} = V_{\text{liq}}$$

$$A_{\text{tubo}} h = A_{\text{liq}} h'$$

$$A_0 (1 + 2\alpha \cdot 1) = A_0 (1 + \beta \cdot 1)$$

$$2\alpha = \beta$$

$$\therefore \frac{\alpha}{\beta} = \frac{1}{2}$$

33. [D]

Convertendo a temperatura dada para Celsius, obtemos:

$$\frac{\theta_C}{5} = \frac{\theta_F - 32}{9}$$

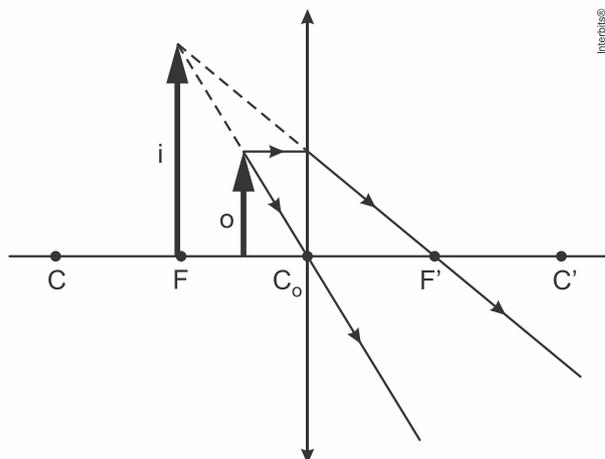
$$\frac{\theta_C}{5} = \frac{451 - 32}{9}$$

$$\theta_C = 5 \cdot \frac{419}{9}$$

$$\therefore \theta_C \cong 232,7 \text{ } ^\circ\text{C}$$

34. [A]

Pela figura abaixo, é possível perceber que a imagem formada é virtual, direita e maior.



35. [E]

A garrafa PET e a água são transparentes, permitindo a **refração** da luz do ar para a água no telhado e, da água para o ar, no recinto iluminado.

36. [D]

37. [D]

Se há 10 imagens deles, há 5 imagens de cada um. Sendo assim, o ângulo entre os espelhos é dado por:

$$N = \frac{360^\circ}{\alpha} - 1$$

$$5 = \frac{360^\circ}{\alpha} - 1$$

$$\alpha = \frac{360^\circ}{6}$$

$$\therefore \alpha = 60^\circ$$

38. [B]

A equação de Gauss fornece a relação entre a distância focal (f), distância do objeto ao vértice (d_o) e a distância da imagem ao vértice (d_i). No caso, tem-se um espelho esférico côncavo pelas características da imagem fornecidas, e, sabendo-se que por convenção, tanto o foco quanto a distância da imagem são negativos, tem-se:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d_i} + \frac{1}{d_o} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{-0,5} = \frac{1}{d_i} + \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{d_i} = -2 - \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{d_i} = -\frac{5}{4} \therefore d_i = -0,4 \text{ m}$$

O sinal negativo significa que a imagem é virtual.

39. [E]

40. [B]

41. [B]

42. [B]

43. [B]

44. [E]

45. [C]